

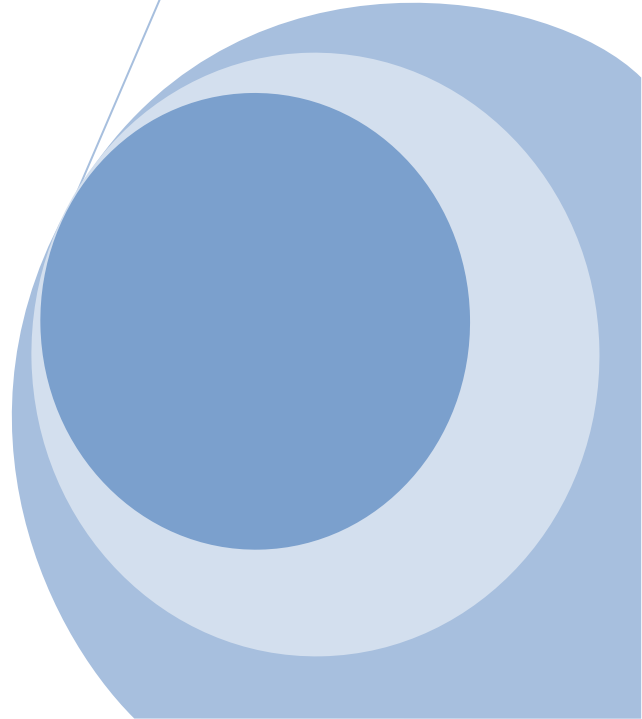
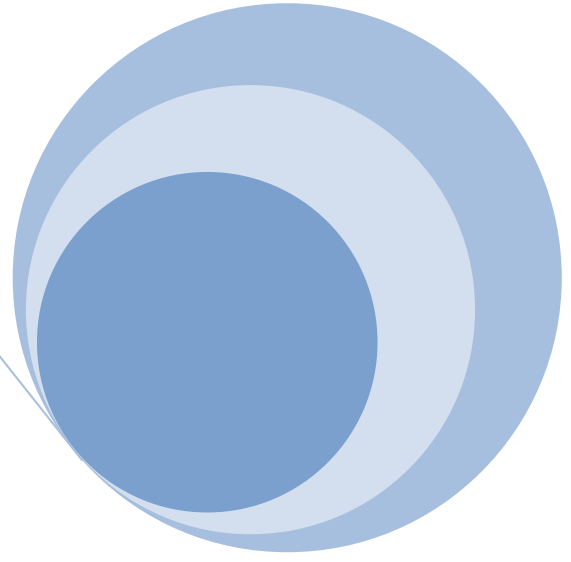
TAM SAYILAR

Tam Sayılarda Dört İşlem

Pozitif ve negatif tam sayılar konu anlatımı ve örnekler içermektedir. Tam sayılarda dört işlem ve bu konuyla ilgili örnek soru çözümleri bulunmaktadır.

Grup_09

29.11.2011



İçindekiler

TAM SAYILAR	1
Pozitif Tam Sayılar	2
Negatif Tam Sayılar	3
TAM SAYILARDA DÖRT İŞLEM	4
Toplama ve Çıkarma İşlemi	5
Çarpma ve Bölme İşlemi	6

Bu ünitemizde tam sayıların açıklaması, konuyla ilgili örnekler, tam sayılarda dört işlemle ilgili konu anlatımı ve örnek soru çözümleri anlatılmaktadır.

Tam sayılar kümesi, doğal sayılar kümesinin genişletilmiş halidir. Tam sayılar kümesini, pozitif tam sayılar, sıfır ve negatif tam sayılar diye üçe ayırılır.



POZİTİF TAMSAYILAR VE NEGATİF TAMSAYILAR:

¹Sıfırdan büyük her reel (gerçel) sayıya pozitif sayı, sıfırdan küçük her reel (gerçel) sayıya negatif sayı denir.

$a < b < 0 < c < d$ olmak üzere,

- a, b negatif sayılardır.
- c, d pozitif sayılardır.
- İki pozitif sayının toplamı pozitiftir. ($c + d > 0$)
- İki negatif sayının toplamı negatiftir. ($a + b < 0$)
- Çıkarma işleminde eksilen çıkandan büyük ise sonuç (fark) pozitif, eksilen çıkandan küçük ise fark negatif olur.

$m - n$ ifadesinde m eksilen, n çıkandır.

- Zıt işaretli iki sayıyı toplamak için; işaretine bakılmaksızın büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır ve büyük sayının işareti sonuca verilir.
- Aynı işaretli iki sayının çarpımı (ya da bölümü) pozitiftir.
- Zıt işaretli iki sayının toplamı; negatif, pozitif veya sıfırdır.
- Zıt işaretli iki sayının çarpımı (ya da bölümü) negatiftir.
- Pozitif sayının bütün kuvvetleri pozitiftir.
- Negatif sayının tek kuvvetleri negatif, çift kuvvetleri pozitiftir.
- Bir tam sayının + 1 e bölümü o sayının kendisine eşittir.
- Bir tam sayının – 1 e bölümü o sayının toplamaya göre tersine eşittir.
- Sıfırın sıfırdan farklı bir tam sayıya bölümü sıfırdır.
- Bir sayının sıfıra bölümü tanımsızdır.

[Sıfırın sıfıra bölümünde sonuç tanımsız mıdır? Belirsiz midir? Sonsuz mudur?²](#)

Alttan baksak sayı bölü 0'ın tanımsız olmasını bekleriz. Üstten baksak 0 bölü sayı şeklinde bir ifadedir ki buna 0 diye cevap veririz. Bu nedenle bu ifadeye net bir yanıt bulamıyoruz. Limit konusu içinde yer alan 0/0 belirsizliğini de örnek olarak kullanabiliriz. x sıfıra yaklaşırken x/x ifadesinin cevabını arıyorsak bu limitin cevabı 1'dir. Ama 7x/x yine aynı limit yaklaşımı için 0/0 belirsizliğidir ve 7 cevabını alır. Böyle her yaklaşım için farklı sonuçlar veren bu genel hallere belirsizlik denir. Yani 0 bölü 0 belirsizdir.



TAM SAYILARLA DÖRT İŞLEM

Z^+ : Pozitif Tamsayılar Kümesi

Z^- : Negatif Tamsayılar Kümesi

Z : Tamsayılar Kümesi

$$Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$$

$$Z = \{ \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

TAMSAYILARDA TOPLAMA İŞLEMİ

İşaretleri aynı olan tamsayılar için toplama işlemi yapılır. İşaret olarak ortak işaret ve sayısal sonuç olarak da sayıların işaretsiz toplamı alınır.

Örnek: $2 + 4 + 3 = + 9 = 9$

Örnek: $- 5 - 7 - 2 - 4 = - 18$

TAMSAYILARDA ÇIKARMA İŞLEMİ

İşaretleri farklı olan tamsayılar için çıkarma işlemi yapılır. İşaret olarak büyük sayının işareti alınır ve sayısal değer olarak da büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır.

Örnek: $4 - 3 = + 1 = 1$

Örnek: $3 - 4 = - 1$

İkiden fazla sayı sözkonusu olduğunda, çıkarma işlemi şöyle yapılır:

Aynı işaretli sayılar kendi aralarında toplanır ve daha sonra da çıkarma işlemi uygulanır.

Örnek: $3 - 4 + 5 - 2 - 7 = (3 + 5) - (4 + 2 + 7) = 8 - 13 = - 5$

TAMSAYILARDA ÇARPMA İŞLEMİ

İki tamsayının çarpımında şu kurallar geçerlidir:

1. İşaretler aynı ise, sonuç pozitiftir. Yani,

$$(+). (+) = (+)$$

$$(-). (-) = (+)$$

2. İşaretler farklı ise, sonuç negatiftir. Yani,

$$(-). (+) = (-)$$

$$(+). (-) = (-)$$

İki veya ikiden fazla tamsayının çarpımında genel kural:

İşareti belirleyen (-) işaretlerinin sayısıdır:

1. (-) işaretlerinin sayısı, tek sayıda ise, sonuç (-) dir.

2. (-) işaretlerinin sayısı, çift sayıda ise, sonuç (+) dir.

$$\text{Örnek: } 2 \cdot (+4) = + 8 = 8$$

$$\text{Örnek: } -2 \cdot (-4) = + 8 = 8$$

$$\text{Örnek: } -2 \cdot (+4) = - 8$$

$$\text{Örnek: } 2 \cdot (-4) = - 8$$

$$\text{Örnek: } 2 \cdot (-3) \cdot 5 \cdot (-2) = + 60 = 60$$

$$\text{Örnek: } -2 \cdot (-3) \cdot (-5) = - 30$$

TAMSAYILARDA BÖLME İŞLEMİ

Bölme işleminde işaret kuralı, çarpma işlemiyle aynıdır. Farklı ise, sayıların bölümünün alınmasıdır. Bölme işlemi (/), (___) veya (:) işaretlerinden biriyle gösterilebilir.

$$\text{Örnek: } 4/2 = 4 : 2 = +2 = 2$$

$$\text{Örnek: } 4/-2 = 4 : -2 = -2$$

$$\text{Örnek: } -4/2 = -4 : 2 = -2$$

$$\text{Örnek: } -4/-2 = -4 : -2 = +2 = 2$$

UYARI: Tamsayılarla aritmetiksel işlemleri yaparken, işaret kurallarından önce işlemlerdeki öncelik sırasını da gözönüne almalıyız.

ARDIŞIK İŞARETLERLE İŞLEMLER

Ardışık işaretlerle işlem yaparken, ardışık işaretler tek işarete indirgenir. Bu indirgeme işlemini yaparken, işaretlerin çarpım kuralı uygulanır.

Örnek: $-(-(-(+5))) = -5$ dir. Çünkü, negatif işaretlerin sayısı tek sayıdadır. Yani, 3 tanedir. Bu nedenle, işaret (-) olmalıdır.

Örnek: $+(-(-4)) = +4 = 4$ dür. Çünkü, negatif işaretlerin sayısı çift sayıdadır. Yani, 2 tanedir. Bu nedenle, işaret (+) olmalıdır.

ÖRNEK PROBLEMLER

Örnek 1: $[3 - (-5 - (-4))] \cdot [10 - (-2)3] = ?$

Çözüm:

$$\begin{aligned} &= [3 - (-5 + 4)] \cdot [10 - (-8)] \\ &= [3 - (-1)] \cdot [10 + 8] \\ &= [3 + 1] \cdot 18 \\ &= 4 \cdot 18 \\ &= 72 \end{aligned}$$

Örnek 3: $x - [(5x - 4y) - (-2x + 3y)] = ?$

Çözüm:

$$= x - [5x - 4y + 2x - 3y] = x - (7x - 7y) = x - 7x + 7y = -6x + 7y$$

Örnek 5: $10 \cdot [(12 \cdot 3) : -6] - (25 - 32)2 \cdot 4 = ?$

Çözüm:

$$\begin{aligned} &= 10 \cdot [(12 \cdot 3) : -6] - (25 - 32)2 \cdot 4 = 10 \cdot [36 : -6] - (-7)2 \cdot 4 \\ &= 10 \cdot (-6) - 49 \cdot 4 = -60 - 196 = -256 \end{aligned}$$

Örnek 8: $a < b < 0 < c < d$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima negatiftir?

a) a.b b) c.d c) (d-a)/c d) (c-d)/a e) (d-c)/(b-a)

Çözüm:

a) a ve b negatif olduğundan, $a.b = (-).(-) = +$ olur.

b) c ve d pozitif olduğundan, $c.d = (+).(+) = +$ olur.

c) d pozitif, a negatif ve c pozitif olduğundan, $(d-a) = (+) - (-) = (+) + (+) = (+)$ olur.

Dolayısıyla, $(d-a)/c = (+)/(+) = (+)$ olur.

d) c ve d, $c < d$ olacak şekilde pozitif sayılar olduğundan, $(c-d) = (+) - (+) = (-)$ olur.

Dolayısıyla, $(c-d)/a = (-)/(-) = (+)$ olur.

e) $d > c$ olduğundan, $(d-c) = (+) - (+) = (+)$ dir. $b > a$ olduğundan, $(b-a) = (-) - (-) = (-) + (+) = (-)$ olur. Dolayısıyla, $(d-c)/(b-a) = (+)/(-) = (-)$ olur.

Bu nedenle, cevap (e) şıkkı olmalıdır.

Örnek 9: a, b, c tamsayılar olmak üzere, $a.b = -5$, $b.c = -6$ ve $a.b.c < 0$ ise,

$$2a - 7b - c = ?$$

Çözüm:

$a.b = -5$ ve $b.c = -6$ olduğuna göre, b nin mutlaka -1 olması gerekir. Bu takdirde,

$a = 5$ ve $c = 6$ olur ve $a.b.c < 0$ şartını da sağlar. Dolayısıyla,

$$2a - 7b - c = 2.5 - 7.(-1) - 6 = 10 + 7 - 6 = 17 - 6 = 11 \text{ olur.}$$

Örnek 10: $x < y < 0 < z$ ise, aşağıdakilerden hangisi daima negatiftir ?

a) $y-x$ b) $z-x$ c) $z-y$ d) $(x-y)^2$ e) $x+y-z$

Çözüm:

a) $y = -1$ ve $x = -2$ olsun. $y-x = -1-(-2) = -1+2 = +1 = 1$ olur. Yani, pozitiftir.

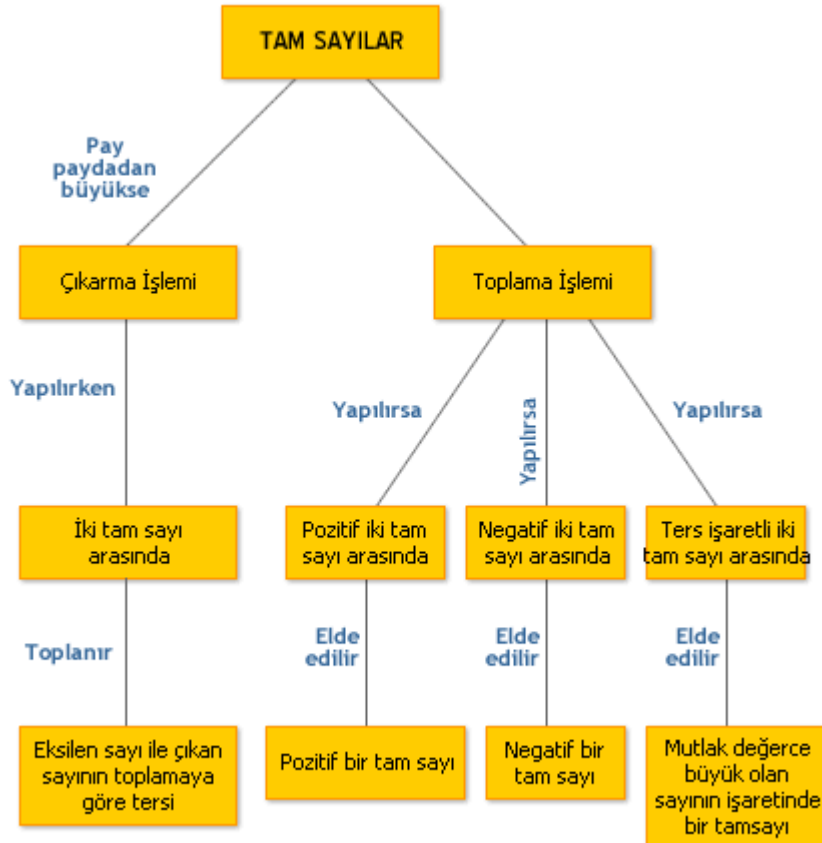
b) $z = 1$ ve $x = -2$ olsun. $z-x = 1-(-2) = 1+2 = 3$ olur. Yani, pozitiftir.

c) $z = 1$ ve $y = -2$ olsun. $z-y = 1-(-2) = 1+2 = 3$ olur. Yani, pozitiftir.

d) $(x - y)^2$ ifadesi daima pozitiftir. Çünkü, üssü çifttir.

e) $x = -2, y = -1$ ve $z = 1$ olsun. $x+y-z = -2+(-1)-1 = -2-1-1 = -4$ olur. Daima negatif olur.

Dolayısıyla, doğru seçenek (e) şıkkıdır.



HAKKINDA:

İLETİŞİM: aynı yurttaki kaldığımız için iletişimde sorun yaşamadık grup üyelerimizle kolayca birleşip elimizden geldiğince ödevlerimizi tamamladık üzerinde titizlikle çalıştık .
grup üyelerimiz:

Merve Çelik 20110907019

Merve Yavuz 20110907029

Selda Dereli 20110907032

Sinem Birgi 20110907010

(hoca) (matematik)